Grundlagen der Elektrotechnik

Sinusförmige Funktionen

TH-Köln 2021

Prof. Dr. Eberhard Waffenschmidt

Sinusförmige Funktionen

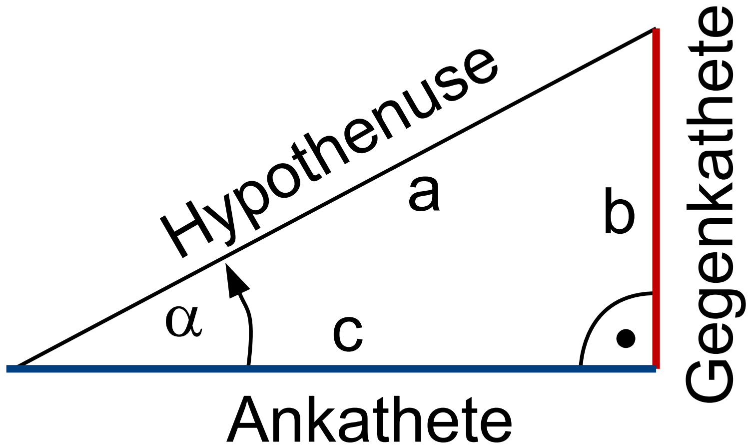
- Geometrie
- Drehende Systeme
- Funktion im Zeitbereich
- Kennwerte und Rechenregeln

Warum sinusförmige Funktionen

- Drehende Maschinen
- Beliebig oft differenzierbar und integrierbar
  → Form bleibt erhalten

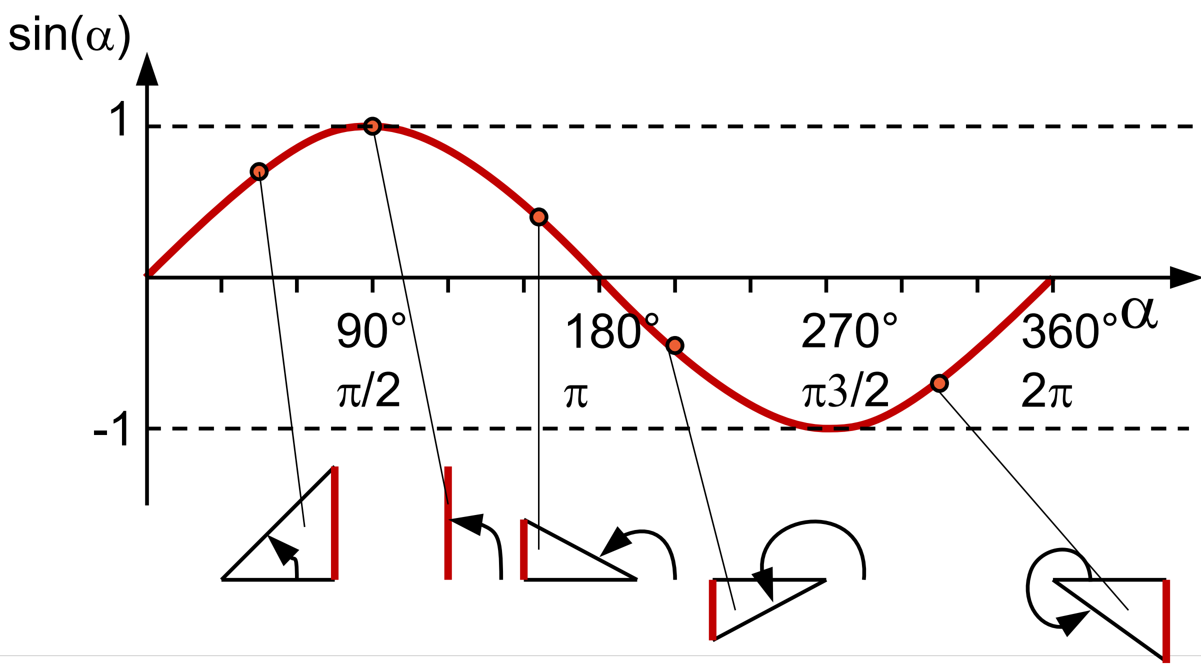
Durch Filtern werden viele Signale früher oder später zum Sinus

Sinusförmige Funktionen

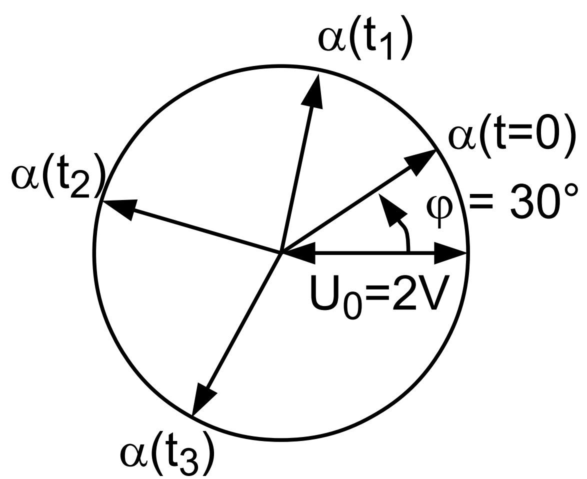


$$\sin(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Hypothenuse} = \frac{b}{a}$$

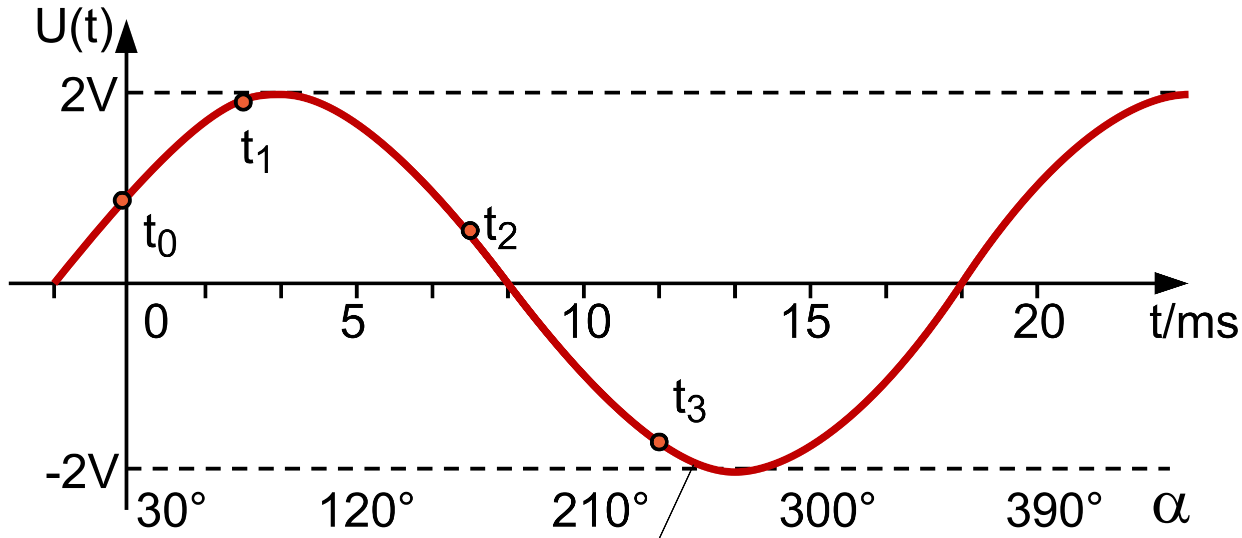
$$\cos(\alpha) = \frac{Ankathete}{Hypothenuse} = \frac{c}{a}$$



Sinus als Zeitfunktion



Einmal rum: T = 20ms



Funktion des Winkels:

$$\alpha(t) = 360° \cdot \frac{t}{20\text{ms}} + 30°$$

Allgemein:

$$\alpha(t) = 2\pi \cdot \frac{t}{T} + \varphi$$
$$= 2\pi \cdot f \cdot t + \varphi$$

Def.: $\boxed{\omega = 2\pi \cdot f}$

$$\alpha(t) = \omega \cdot t + \varphi$$

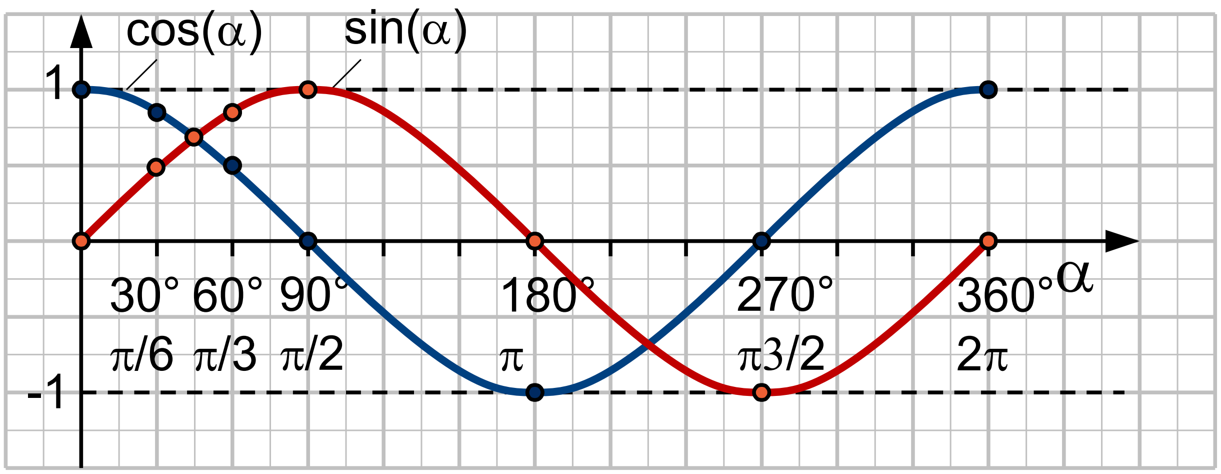
Funktion der Zeit:

$$U(t) = 2\text{V} \cdot \sin(\alpha(t))$$
$$= 2\text{V} \cdot \sin\left(360° \cdot \frac{t}{20\text{ms}} + 30°\right)$$

$$U(t) = U_0 \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{t}{T} + \varphi\right)$$
$$= U_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi)$$

$$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Kennwerte



Winkel		*sin*	*cos*
0°	0	0	1
30°	π/6	1/2	
45°	π/4	$1/\sqrt{2}$	$= 1/\sqrt{2}$
60°	π/3		1/2
90°	π/2	1	0

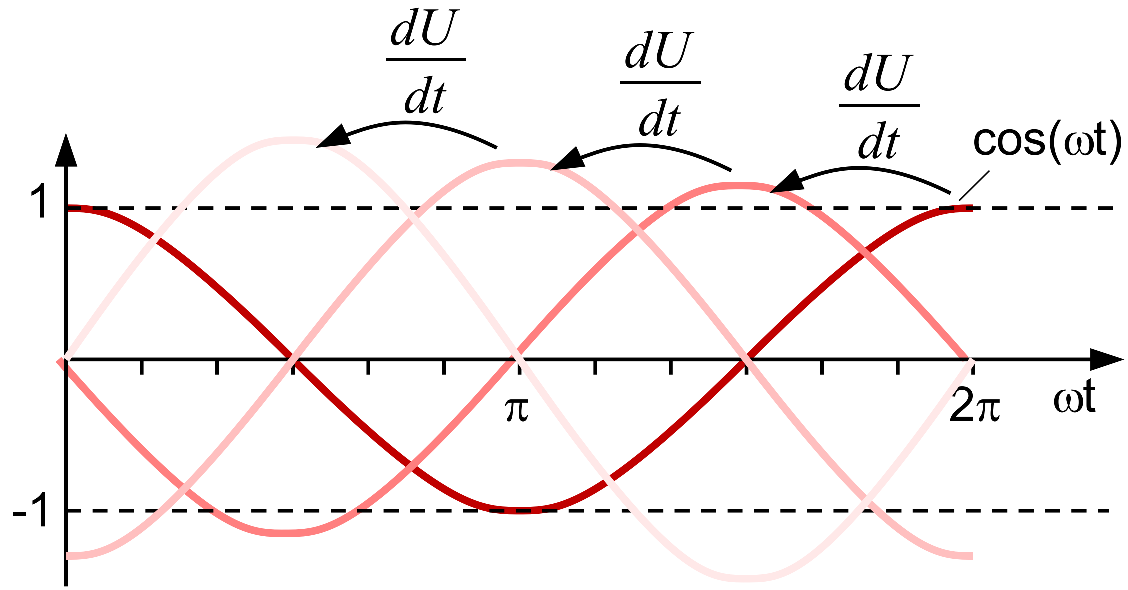
Weiter:
Entspr. zyklisch vertauscht

Amplitude: 1

Mittelwert: 0

Effektivwert: $1/\sqrt{2}$ = 0.707...

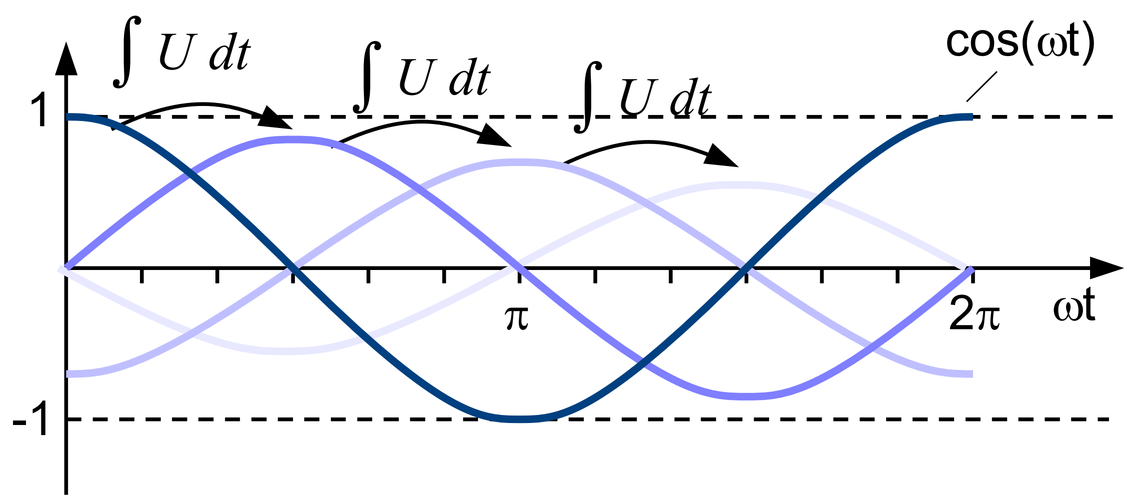
Integrieren und Differenzieren



$$\frac{d}{dt}\cdot\sin(\omega t)=\omega\cdot\cos(\omega t)$$

$$\frac{d}{dt}\cdot\cos(\omega t)=-\omega\cdot\sin(\omega t)$$

$\vdots$



$$\int\cos(\omega t)\,dt=\frac{1}{\omega}\cdot\sin(\omega t)$$

$$\int\sin(\omega t)\,dt=-\frac{1}{\omega}\cdot\cos(\omega t)$$

$\vdots$

Addieren von sin und cos

$$u_1(t)=\hat{u}_1\cdot\sin(\omega t+\varphi_1)$$

$$u_2(t)=\hat{u}_2\cdot\sin(\omega t+\varphi_2)$$

$$\hat{u}_S\cdot\sin(\omega t+\varphi_S)=\hat{u}_1\cdot\sin(\omega t+\varphi_1)+\hat{u}_2\cdot\sin(\omega t+\varphi_2)$$

mit:

$$\hat{u}_S=\sqrt{\hat{u}_1^{\,2}+\hat{u}_2^{\,2}+2\hat{u}_1\hat{u}_2\cdot\cos(\varphi_1-\varphi_2)}$$

und

$$\tan\varphi_S=\frac{\hat{u}_1\cdot\sin\varphi_1+\hat{u}_2\cdot\sin\varphi_2}{\hat{u}_1\cdot\cos\varphi_1+\hat{u}_2\cdot\cos\varphi_2}$$

Kontakt

Prof. Dr. Eberhard Waffenschmidt
Professur Elektrische Netze
Institut für Elektrische Energietechnik,
Fakultät für Informations-, Medien- und Elektrotechnik (F07)
Technische Hochschule Köln
Betzdorferstraße 2, Raum ZO 9-19
50679 Köln, Deutschland
Tel. +49 221 8275 2020
eberhard.waffenschmidt@th-koeln.de
https://www.th-koeln.de/personen/eberhard.waffenschmidt/

Technology
Arts Sciences
TH Köln