

Grundlagen der Elektrotechnik



Knotenpotentialverfahren

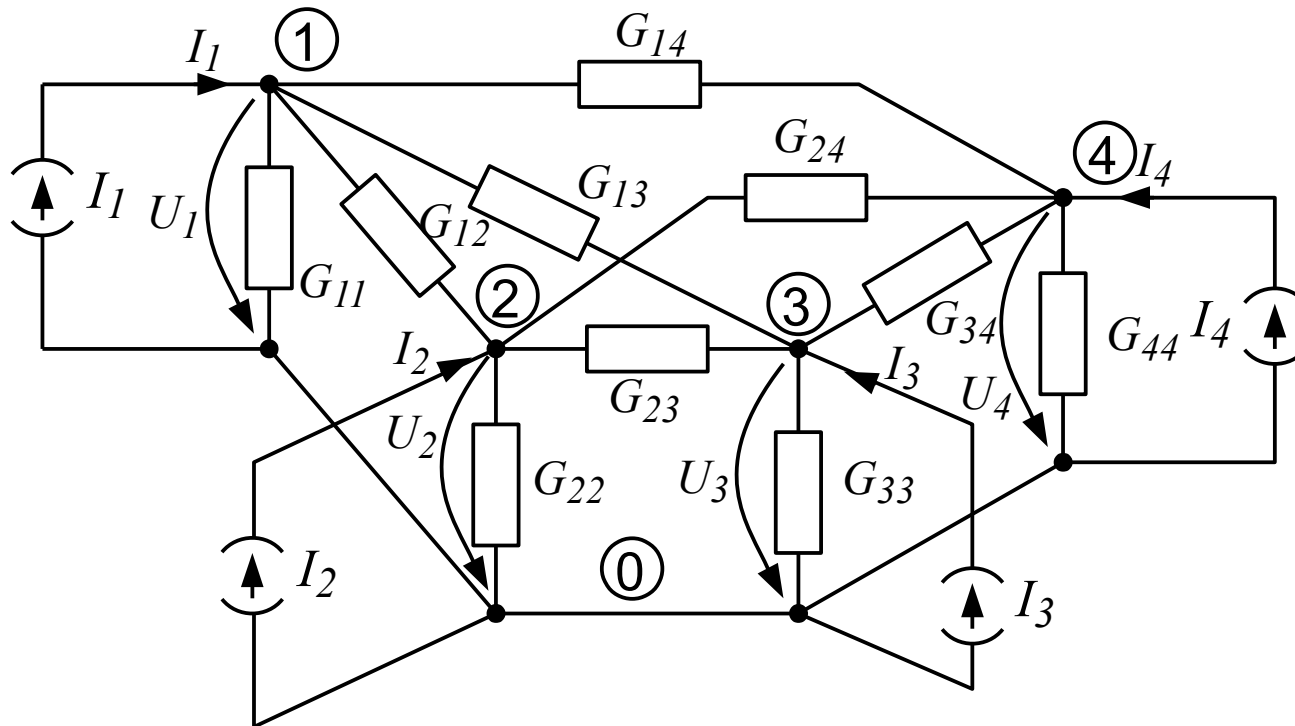
TH-Köln 2020

Prof. Dr. Eberhard Waffenschmidt

Knotenpotentialverfahren

- Grundidee
- Lösungsweg
- „Kochrezept“

Knotenpotentialverfahren



Ziel:

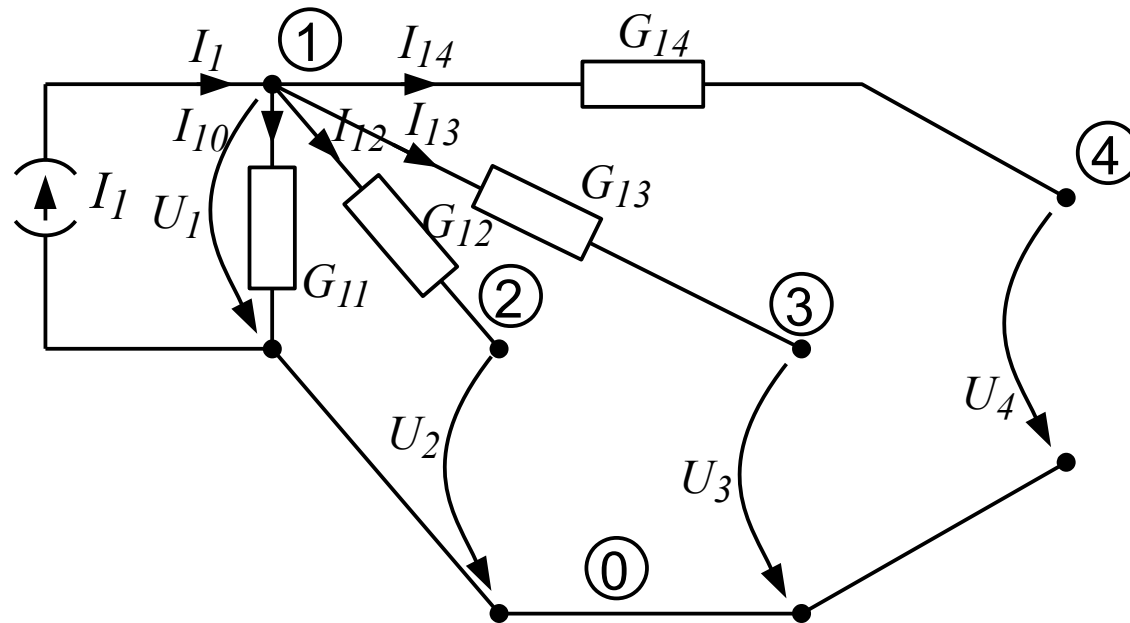
Berechnen von Spannungen als Funktion von

- Strömen an Knoten
- Leitwerte sind bekannt als Eigenschaften des Netzes

Weg:

- Beschreibe Ströme als Funktion von Spannungen
- Wandle dieses Gleichungssystem um für die Problemstellung

Strombilanz an Knoten 1



$$I_1 = I_{10} + I_{12} + I_{13} + I_{14}$$

$$I_1 = U_1 \cdot G_{11} + (U_1 - U_2) \cdot G_{12} + (U_1 - U_3) \cdot G_{13} + (U_1 - U_4) \cdot G_{14}$$

Sortiert nach Spannungen:

$$I_1 = U_1 \cdot (G_{11} + G_{12} + G_{13} + G_{14}) + U_2 \cdot (-G_{12}) + U_3 \cdot (-G_{13}) + U_4 \cdot (-G_{14})$$

Summe aller Leitwerte
Zum Knoten

Neg. Leitwerte zum
Nachbarknoten

Aufstellen des Gleichungssystems

Entsprechend für alle Knoten:

$$I_1 = U_1 \cdot (G_{11} + G_{12} + G_{13} + G_{14}) + U_2 \cdot (-G_{12}) + U_3 \cdot (-G_{13}) + U_4 \cdot (-G_{14})$$

$$I_2 = U_1 \cdot (-G_{12}) + U_2 \cdot (G_{22} + G_{12} + G_{23} + G_{24}) + U_3 \cdot (-G_{23}) + U_4 \cdot (-G_{24})$$

$$I_3 = U_1 \cdot (-G_{13}) + U_2 \cdot (-G_{23}) + U_3 \cdot (G_{33} + G_{13} + G_{23} + G_{34}) + U_4 \cdot (-G_{34})$$

$$I_4 = U_1 \cdot (-G_{14}) + U_2 \cdot (-G_{24}) + U_3 \cdot (-G_{34}) + U_4 \cdot (G_{44} + G_{14} + G_{24} + G_{34})$$

Als Matrix-Schreibweise:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix}}_{\vec{I}} = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix}}_{\vec{U}}$$

Matrix A ist

- Symmetrisch, da $G_{ik} = G_{ki}$
- i.A. schwach besetzt, da real typisch nur 3 Leitungen pro Knoten

Allgemein: $a_{ii} = \sum_{k=1}^n G_{ik}$ und $a_{ik} = -G_{ik}$ für $i \neq k$ mit $G_{ik} = G_{ki}$

Reale Problemstellung

- *Gegeben:*
Alle Ströme (z.B. als Definition der Lasten)
- *Gesucht:*
Spannungen an den Knoten
- *Lösung:*
Gl.-System invertieren:

$$\vec{U} = A^{-1} \cdot \vec{I} \quad B = A^{-1}$$

Lösungsmethoden:

- Nach Gauß: Matrix in Diagonalform bringen und dann Zeile für Zeile lösen
- In der Praxis: Computerprogramm verwenden, z.B. Excel.

Achtung:

- Wenn alle $G_{ij} = 0$ sind (also wegfallen) wird die Matrix singulär und das Gleichungssystem ist nicht invertierbar!

Knotenpotentialverfahren: „Kochrezept“

- Spannungsquellen in Stromquellen umwandeln
- Referenzknoten festlegen
- Knoten durchnummerieren
- Ströme und Spannungen einzeichnen (inkl. Pfeile)
- Widerstände in Leitwerte umrechnen
- Matrix aufstellen:
 - Summe aller Leitwerte am Knoten in die Diagonale
 - Negative Leitwerte, welche die jeweiligen Knoten verbinden, einsetzen
 - Nur oberes Dreieck ausrechnen
 - Oberes Dreieck nach unten kopieren
- Matrix invertieren
- Spannungen zum Referenzknoten aus invertierter Matrix und Strömen ausrechnen
- Spannungen zwischen Knoten aus Differenzen der Spannungen zum Referenzknoten berechnen.
- Ströme durch die Leitwerte mit dem Ohmschen Gesetz ausrechnen.

Kontakt

Prof. Dr. Eberhard Waffenschmidt

Professur Elektrische Netze

Institut für Elektrische Energietechnik,
Fakultät für Informations-, Medien- und
Elektrotechnik (F07)

Technische Hochschule Köln

Betzdorferstraße 2, Raum ZO 9-19

50679 Köln, Deutschland

Tel. +49 221 8275 2020

eberhard.waffenschmidt@th-koeln.de

<https://www.th-koeln.de/>

[personen/eberhard.waffenschmidt/](https://www.th-koeln.de/personen/eberhard.waffenschmidt/)

